

# La prospettiva degli Antichi nella costruzione proposta da Erwin Panofsky

## Analisi e confronto sinottico

Camillo Trevisan  
trevisan@iuav.edu

IUAV, Dipartimento di Progettazione Architettonica

In corso di pubblicazione nella rivista *Disegnare idee immagini*, N. 17 (1999)

Erwin Panofsky nel suo saggio del 1927 *Die Perspektive als "symbolische Form"*, propone un metodo di rappresentazione, definito secondo la prospettiva angolare degli Antichi (fig. 1).

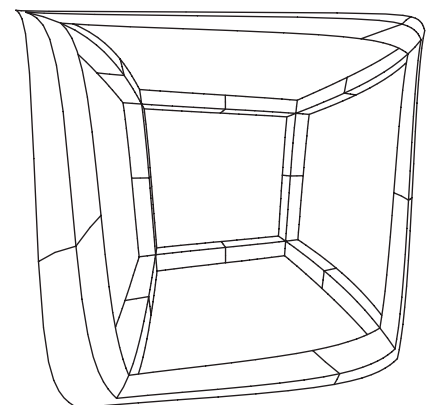
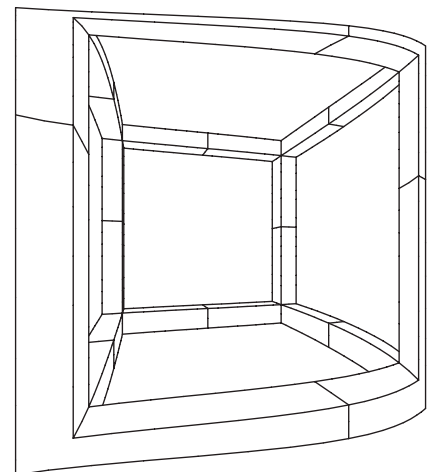
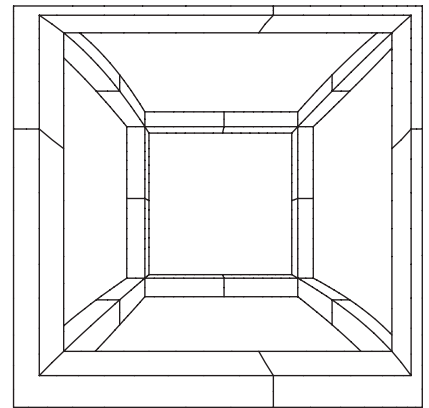
Nel descriverlo, prendendo fondamento da Vitruvio<sup>1</sup>, Panofsky scrive: "Ora, se si esegue la costruzione con l'aiuto di un simile cerchio di proiezione (ove, come abbiamo detto, gli archi di cerchio siano sostituiti dalle corde sottese) si giunge al risultato che coincide in un punto essenziale con i dipinti conservati: i prolungamenti delle linee di profondità non concorrono, con una convergenza rigorosa, in un punto; essi si incontrano (poiché svolgendo il cerchio, i suoi settori divergono in una qualche misura al vertice), convergendo soltanto debolmente a due a due in più punti, i quali giacciono tutti su un asse comune, tanto che ne nasce l'impressione di una lisca di pesce"<sup>2</sup>.

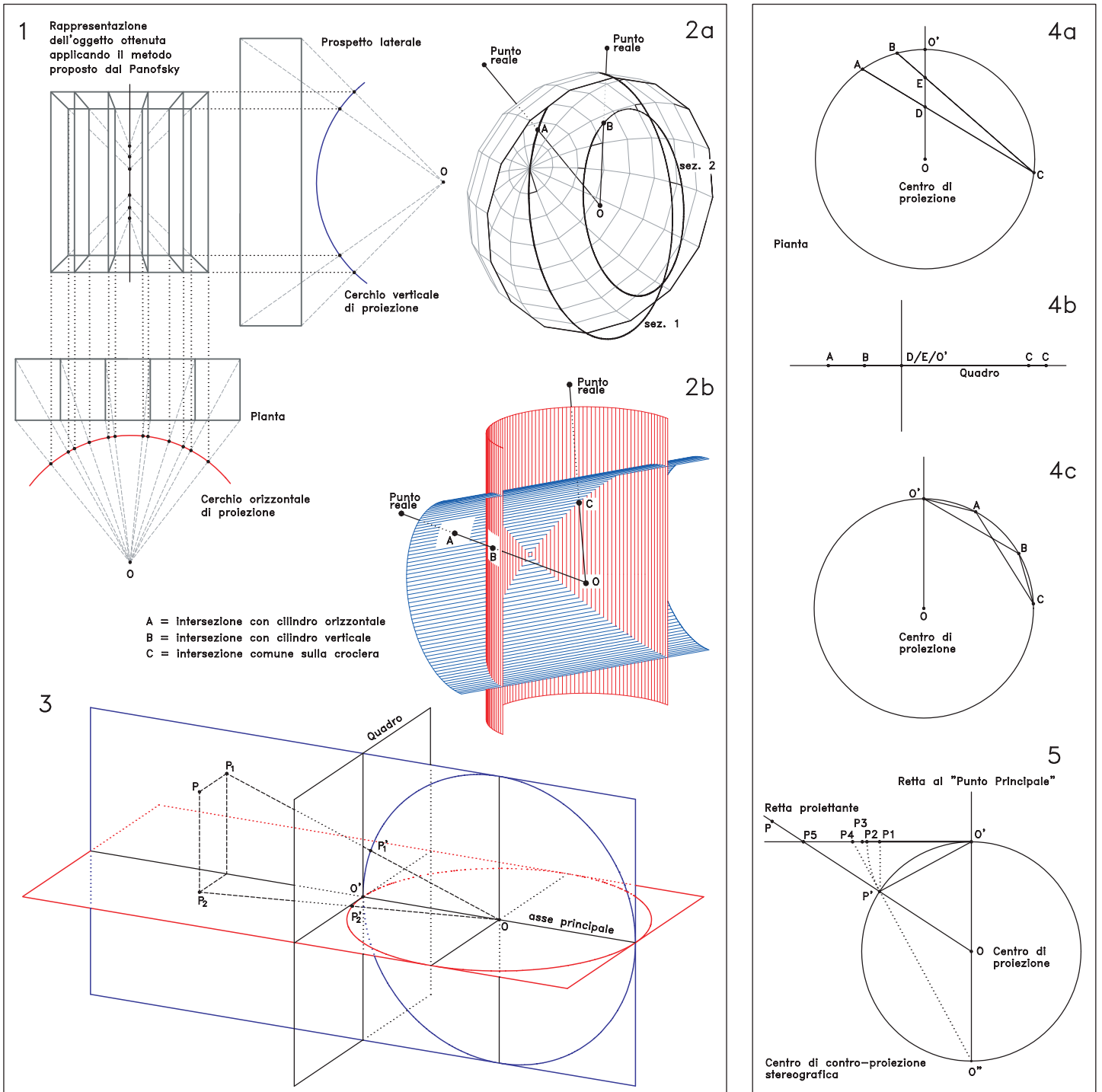
Approfondendo il significato di questa frase, la prima osservazione che si impone riguarda l'utilizzo di due sezioni - l'orizzontale, planimetrica, e la mediana, verticale - sulle quali, in un primo momento, sono proiettati i punti dell'oggetto. La rappresentazione di un punto viene pertanto tradotta da problema tridimensionale a bidimensionale (fig. 3), esattamente come avviene nella *costruzione legittima* del Brunelleschi, ma sostituendo un arco di cerchio alle tracce rettilinee del piano di rappresentazione. Arco di cerchio che, per mantenere la coerenza della configurazione proiettiva, deve necessariamente rappresentare la traccia di una superficie cilindrica perpendicolare al piano.

Tuttavia, al contrario dell'uso di un piano, i due cerchi di proiezione introducono un fattore di inconsistenza nella configurazione proiettiva e di discontinuità metodologica. Infatti, la ricostruzione tridimensionale della configurazione proiettiva (fig. 2) comporta appunto l'uso di due superfici cilindriche e non di una sfera o di una qualunque altra, unica, superficie. Nella pratica, dunque, si utilizzano i due cerchi perché i punti degli oggetti sono stati prima proiettati sui due piani: l'orizzontale per la pianta e il verticale per l'alzato (fig. 3).

Volendo quindi operare nelle tre dimensioni - e il citare la sfera<sup>3</sup> comporta questa necessità -, i due cerchi devono fare riferimento a due cilindri, di raggio uguale, disposti a crociera, aventi gli assi perpendicolari tra loro e paralleli al Quadro definitivo della rappresentazione piana e che si intersecano nel Centro di Proiezione (ex centro della sfera). La coordinata planimetrica dei punti rappresentati sarà determinata dall'intersezione dei raggi visuali con il cilindro verticale (definito dall'estrusione del cerchio orizzontale della pianta), e pertanto sarà indipendente dall'altezza del punto reale; mentre l'altezza dei punti sul Quadro sarà ricavata per mezzo del cilindro orizzontale (e quindi dal cerchio verticale della sua sezione). In altre parole, dato un oggetto tridimensionale da porre in "prospettiva" ed una crociera formata dai due cilindri appena considerati (fig. 2b), l'intersezione dei raggi visuali con i cilindri genera di norma non uno ma due punti (vale a dire sei coordinate).

Rappresentazioni di un cubo vacuo, eseguite adottando il metodo proposto da Erwin Panofsky. In alto "prospettiva a Quadro frontale", con centro di proiezione posto non sull'asse di simmetria del cubo. Al centro "prospettiva a Quadro obliquo", ottenuta ruotando il cubo di 15 gradi attorno all'asse Z. In basso "prospettiva a Quadro inclinato", generata ruotando ulteriormente il cubo di 15 gradi attorno all'asse X. In tutti i casi, il diametro dei cilindri generatori e la distanza del Centro di Proiezione dalla faccia frontale del cubo sono pari a un terzo del lato del cubo stesso. Nella pagina Internet <http://www.iuav.unive.it/dpa/ricerche/trevisan/panofsky/panofsky.htm> è disponibile un programma, di libero utilizzo, per la generazione di queste ed altre simili rappresentazioni.





**Figura 1.** Costruzione di una scatola spaziale secondo la prospettiva angolare degli Antichi proposta dal Panofsky (E. Panofsky, *La prospettiva...*, op. cit., p. 46, fig. 5). Da questa immagine si può dedurre che il Panofsky considera la proiezione come ortografica.

**Figura 2.** Posto il centro della sfera  $O$  come Centro di Proiezione (fig. 2a), un punto, appartenente al piano verticale contenente  $O$  (cerchio massimo, sezione 1), si proietta in  $A$ , anch'esso giacente sullo stesso piano. Un punto non appartenente a quel piano si proietterà in  $B$ . Un piano, parallelo al primo e passante per  $B$ , taglierà la sfera non in un suo cerchio massimo (sezione 2). Il grafico 2b illustra invece la configurazione proposta dal Panofsky, escludendo la fase della doppia proiezione (figura 3). In questo caso è necessario considerare due superfici cilindriche di proiezione. La prima, il cilindro orizzontale, servirà per reperire le altezze da riportare sul Quadro. La seconda sarà invece usata per trovare le larghezze. Si deve però notare che un generico punto, non allineato con la "crociera", si proietta su due diverse superfici.

**Figura 3.** Assonometria della configurazione proiettiva proposta dal Panofsky. Il punto  $P$  è prima proiettato ortogonalmente sul piano verticale ( $P_1$ ) e su quello orizzontale ( $P_2$ ). Dal centro di proiezione  $O$ , le rette per  $P_1$  e  $P_2$  individuano i punti  $P'_1$  e  $P'_2$ . Le distanze dei due punti dall'asse costituiranno le coordinate  $Y$  e  $X$  del punto rappresentato in ortoproiezione.

**Figura 4.** Riporto dei punti sul piano di rappresentazione. Riportando la corda, l'estremità varia al variare della posizione dei punti nello spazio. Nell'esempio, il punto  $C$ , estremo di due diversi segmenti ( $AC$  e  $BC$ ), è riportato sul Quadro (grafico 4b) in due diverse posizioni, funzioni della posizione dei punti  $A$  e  $B$ . Lo stesso avviene nell'esempio 4c.

**Figura 5.** Vari metodi per riportare il punto  $P'$  sul Quadro. Il punto  $P_1$  si riferisce ad una proiezione ortografica;  $P_2$  ad un ribaltamento della corda  $O'-P'$ , con centro in  $O'$ ;  $P_3$  allo sviluppo dell'arco  $P'O'$ ;  $P_4$  ad una proiezione stereografica.

Le due coordinate del punto in “prospettiva” (sul Quadro piano) sono ricavate, con modalità definite più avanti, l’una dalla prima tripletta, l’altra dalla seconda. Tale operazione permette, come logica conseguenza, di mantenere rettilinei i segmenti dell’oggetto paralleli al Quadro piano, supponendo quest’ultimo perpendicolare all’asse principale della “crociera”. Infatti, proiettare inizialmente i punti sui due piani (l’orizzontale ed il verticale), comporta l’annullamento delle deformazioni tipiche delle prospettive sferiche o cilindriche (vedi figure 10..15). Ed è l’uso dei due cerchi (non riferiti, però, ad una sfera) che produce l’andamento a *spina di pesce* rilevato dal Panofsky. La costruzione, infatti, può lontanamente fare riferimento alla sfera, e ritenersi congruente, solo per i punti dell’oggetto che appartengono ai due piani, l’uno orizzontale e l’altro verticale, perpendicolari al Quadro e contenenti il Centro di Proiezione (ad esempio, il cerchio 1: cerchio massimo verticale della sfera della figura 2a). Le rette proiettanti di tutti gli altri punti, infatti, intersecherebbero la sfera in un punto diverso, non appartenente a quei piani, e corrispondente, perciò, ad un cerchio di raggio più piccolo di quello della sfera stessa (fig. 2a, cerchio 2).

Per ciascun punto dell’oggetto, dunque, si dovrebbero adottare due cerchi proiettanti di raggio sempre diverso; ottenendo, infine, una prospettiva sferica ortografica.

Tornando al significato da attribuire alla sibillina frase del Panofsky, va notato che non è affatto chiaro cosa egli intenda per *svolgimento* del cerchio attraverso il riporto della corda sottesa (e non dell’arco); anche perché sussiste una grande differenza tra il riporto, sul Quadro, di uno o di due punti, vale a dire di un segmento.

Il riporto su di un piano di un segmento - corda o arco rettificato che sia - comporta, evidentemente, la definizione di un’origine alla quale tutto deve fare riferimento. L’origine più ovvia, ma anche forse l’unica corretta e coerente, è quella generata dall’asse principale (il punto O’ delle figure 3, 4, 5).

Nel caso si voglia riportare un intero segmento - a parte il caso di corde perpendicolari all’asse OO’ - il metodo risulta non congruente: volendo, infatti, riportare le corde AC e BC sul Quadro piano (fig. 4a-b), si dovranno misurare le lunghezze AD, DC, BE, EC e riportarle facendo riferimento ad O’. In tal modo, però, il punto C viene ad assumere due diverse posizioni, essendo diversi i segmenti DC ed EC (fig. 4b).

Si ottiene pertanto un risultato assolutamente imprevedibile - non essendo riproducibile con coerenza - al variare della giacitura del segmento da *mettere in prospettiva* sul Quadro. In altre parole, riprendendo l’esempio della figura 4a, i tre segmenti AC, BC e AB non possono essere rappresentati seguendo quest’ultimo metodo: se, ad esempio, i soli punti A e B possono esserlo, se riferiti a O’, non sarà così per il punto C, se riferito ad A o B, poiché assumerà due diverse posizioni sul Quadro. Anche nel caso in cui le corde non intersechino l’asse OO’ (fig. 4c), il riporto delle lunghezze non conduce a risultati accettabili: infatti le somme delle corde O’A+AC e O’B+BC sono diverse ed anche in questo caso il punto C verrebbe ad assumere due differenti posizioni nel piano definitivo della rappresentazione.

Dunque, in nessun caso (e tanto meno per segmenti non paralleli ai piani dei due cerchi di proiezione) la proiezione potrà risultare coerente ed univoca.

L’unica modalità utilizzabile per *riportare* o *svolgere* la corda sul piano di rappresentazione è pertanto quella di far riferimento ad un solo punto ed una sola origine.

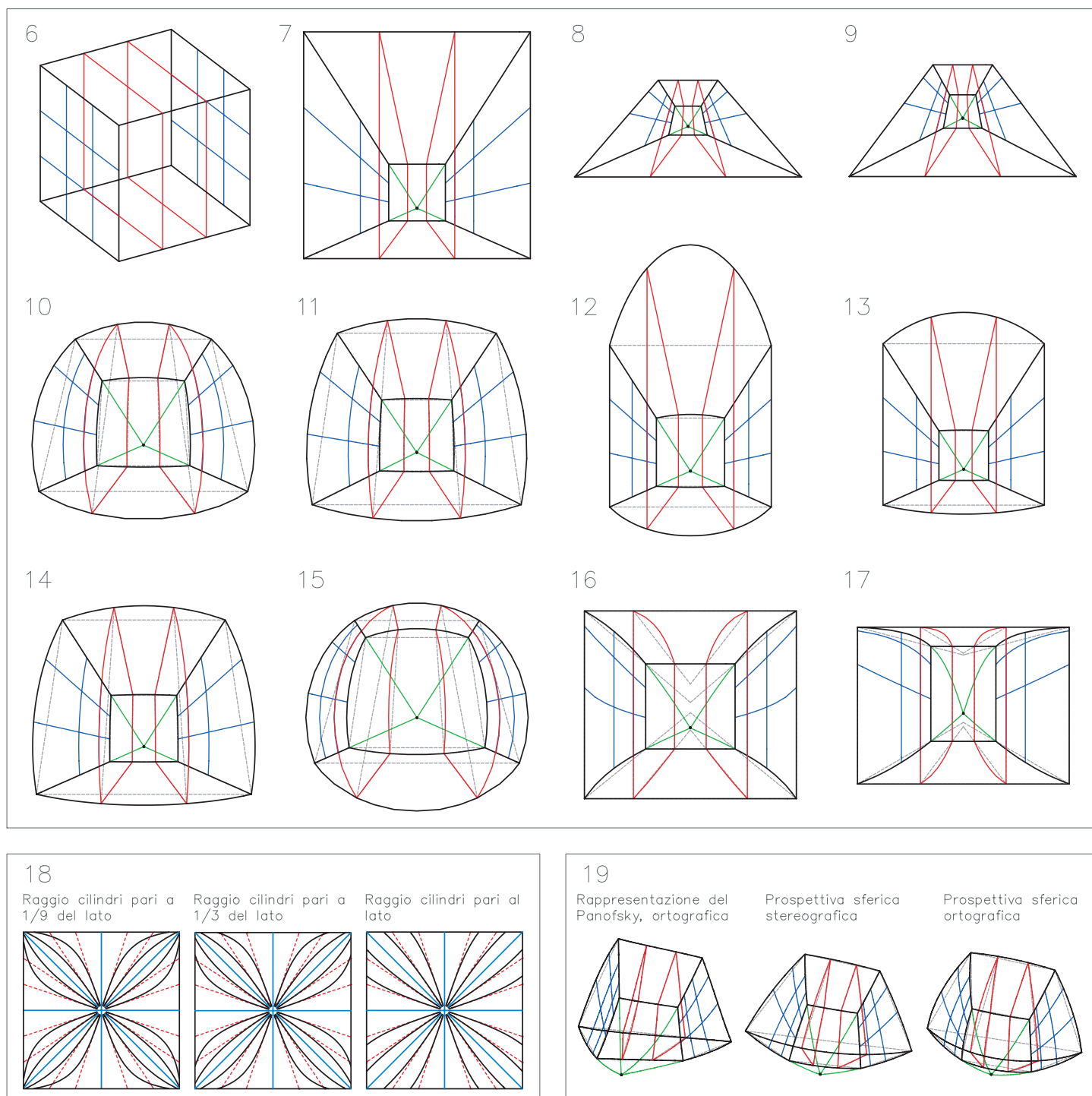
Ma, stabilita la necessità dell’origine, esistono varie altre possibilità di passaggio dal cerchio al piano. Dato un punto reale da rappresentare (dopo averlo proiettato sul piano orizzontale e verticale), questo genererà la sua proiezione P’ sul cerchio planimetrico o altimetrico: mentre la prospettiva piana è rappresentata da P5, altre soluzioni possono essere P1, P2, P3 o P4 (fig. 5).

Tali punti fanno riferimento alle seguenti modalità:

- Proiezione ortografica: il punto P’ è proiettato sul Quadro, ortogonalmente al Quadro stesso, in P1.
  - Riporto della corda: la corda O’P’ è riportata su P2, ruotando il segmento rispetto all’origine O’.
  - Sviluppo dell’arco: l’arco O’P’ è prima rettificato e poi riportato su P3, a partire da O’.
  - Proiezione stereografica: proiettando P’ sul Quadro dal punto O”, polo opposto ad O’, individuando il punto P4.
- Dalla figura 5 si può notare che la posizione finale del punto rappresentato tende ad avvicinarsi alla prospettiva lineare (P5), passando dalla proiezione ortografica (P1) alla stereografica (P4).

La figura 20 illustra più approfonditamente questa caratteristica, mostrando un confronto sinottico tra i vari metodi appena visti, combinati con gli effetti ottenuti dalla variazione del diametro dei cilindri (cerchi) di proiezione. Quelle rappresentazioni si riferiscono, infatti, al metodo indicato dal Panofsky e, pertanto, ad una prima proiezione dei punti dell’oggetto sui piani verticale ed orizzontale (vedi fig. 3), alla loro successiva proiezione “piana” sui due cerchi – posti sui piani appena detti – ed, infine, al riporto o proiezione di questi punti sul Quadro verticale piano seguendo uno dei quattro metodi illustrati.

La stessa figura 20 pone in risalto anche altre, assai interessanti, caratteristiche di queste rappresentazioni.



**Figura 6.** Rappresentazione assonometrica del cubo di riferimento. **Figura 7.** Prospettiva a quadro verticale.

**Figura 8.** Prospettiva a Quadro obliquo, con ortoproiezione sul piano verticale. Il piano di proiezione è ruotato di  $30^\circ$  rispetto al piano verticale.

**Figura 9.** Prospettiva a Quadro obliquo, con ribaltamento del piano di proiezione sul piano verticale. **Figura 10.** Prospettiva sferica con ortoproiezione. Raggio della sfera e distanza pari a  $1/3$  del lato del cubo. Da notare i segmenti tratteggiati che indicano la prospettiva del cubo, ottenuta usando solo i suoi vertici.

**Figura 11.** Prospettiva sferica stereografica. **Figura 12.** Prospettiva cilindrica ortografica, con cilindro verticale.

**Figura 13.** Prospettiva cilindrica ortografica, con cilindro verticale a base ellittica. **Figura 14.** Prospettiva ellissoidica ortografica. Semiasse maggiore parallelo al Quadro.

**Figura 15.** Prospettiva ellissoidica ortografica. Semiasse minore parallelo al Quadro. **Figura 16.** Prospettiva a doppio cilindro del Panofsky.

**Figura 17.** Prospettiva a doppio cilindro del Panofsky, con cilindri a base ellittica. **Figura 18.** Andamento delle curve di fuga di semirette ortogonali al Quadro, al variare del raggio dei cilindri (proiezione ortografica del Panofsky). Nel primo caso (a sinistra) il raggio dei cilindri è pari ad un nono del lato del quadrato; al centro il raggio è pari ad un terzo del lato; a destra il raggio è pari al lato. Da notare che le rette a  $45^\circ$ , oltre a quelle orizzontali e verticali, mantengono la loro giacitura nella proiezione.

**Figura 19.** Confronto tra varie proiezioni di un cubo ruotato rispetto al Quadro. Nessun lato del cubo è pertanto parallelo o perpendicolare al Quadro stesso. A sinistra, prospettiva a "doppio cilindro" ortografica; al centro proiezione sferica stereografica; a destra proiezione sferica ortografica. Da notare che la rappresentazione meno distorta dalla proiezione (specie nei lati inferiori e più vicini al Quadro) è proprio quella relativa al metodo proposto dal Panofsky.

Peculiarità che possono essere confrontate con le proiezioni sferiche e cilindriche delle figure 10..15.

I metodi studiati possiedono, tutti, la caratteristica comune della concorrenza di linee perpendicolari al Quadro ad un unico Punto di concorso. Nel caso, però, della “prospettiva” proposta da Panofsky, la concorrenza al punto di fuga avviene non per rette (come in tutti gli altri casi) ma mediante archi, che appaiono essere funzioni della tangente iperbolica.

Avviene quindi una prevedibile ma curiosa inversione nella rappresentazione di rette parallele al Quadro o perpendicolari ad esso: nel caso di prospettive ottenute per mezzo di un'unica superficie curva (sfera, cilindro, ellissoide) le rette parallele al Quadro di norma risultano incurvate nella prospettiva (ad esclusione dei segmenti appartenenti ai piani ortogonali al Quadro che contengono anche il centro di proiezione), mentre quelle perpendicolari ad esso rimangono rette.

Il contrario avviene nella “prospettiva” *panofskiana*.

In particolare, prendendo in esame quest'ultima forma di rappresentazione, suddividendo il Quadro in settori (come in figura 18) e verificando che le rette perpendicolari al Quadro concorrono comunque verso un Punto Principale, le *curve di fuga* saranno rettilinee nel caso di rette orizzontali o verticali appartenenti ai due piani (orizzontale e verticale) contenenti il Centro di Proiezione, o nel caso di rette proiettate a 45 gradi. Questo accade perché, nell'ultimo caso, i due cilindri si incontrano nella crociera (e dunque non esistono *due* intersezioni tra la retta proiettante e i due cilindri, ma *una* soltanto); mentre nei primi due casi (rette orizzontali e verticali) le rette stesse giacciono su piani che tagliano perpendicolarmente i due cilindri. Tutte le altre rette ortogonali al Quadro risultano incurvate, tendendo asintoticamente alle rette che si otterrebbero da una loro prospettiva piana, risultando tanto più incurvate quanto più piccolo è il raggio dei cilindri considerati.

Anche Decio Gioseffi<sup>4</sup> ritiene poco plausibile tale metodo, oltre che con argomentazioni storico-critiche, soprattutto per la sua scarsa coerenza proiettiva: va però rilevato che tale “prospettiva” non solo, come già visto, mantiene rettilinee i segmenti paralleli al Quadro, ma introduce in generale deformazioni più contenute rispetto agli altri metodi (prospettiva sferica, cilindrica o ellissoidica). La figura 19 mostra, infatti, tre diverse prospettive, ottenute tutte dal medesimo Centro di Proiezione, di un cubo inclinato e ruotato rispetto al Quadro in modo da non avere nessuna faccia ad esso parallela: è evidente che la rappresentazione più *regolare* è proprio quella ottenuta dalla costruzione a *doppio cilindro* proposta dal Panofsky.

Le differenze tra i quattro metodi studiati per porre in prospettiva un oggetto secondo il Panofsky (ortoproiezione, riporto della corda e suo sviluppo, proiezione stereografica), sono poi tanto più modeste quanto più grande è il raggio dei cerchi di costruzione.

Nella figura 20 è anche interessante notare come la *liscia di pesce* – dovuta alla proiezione dei soli estremi dei segmenti - sia tanto più pronunciata quanto meno profondo è l'oggetto (per profondità infinita esiste, come già visto, un unico Punto di concorso, anche definendolo trovando la prospettiva solo degli estremi dei segmenti, senza suddividerli).

Inoltre, è evidente come l'utilizzo dei cerchi di proiezione influenzi soprattutto le parti laterali degli oggetti: infatti, per punti che stiano vicini al “Punto Principale”, la curvatura dei cerchi di proiezione è assai poco accentuata.

Infine è da notare che, usando cilindri di diametro pari al lato dell'oggetto, anche i segmenti perpendicolari al Quadro si proiettano mantenendosi quasi rettilinei.

## Note

<sup>1</sup> “*Item scaenographia est frontis et laterum abscedentium adumbratio ad circinque centrum omnium linearum responsus*”, Vitruvio, *De Architectura*, 1, 2, 2.

<sup>2</sup> Erwin Panofsky, *Die Perspektive als “symbolische Form”*, in “Vorträge der Bibliothek Warburg”, Teubner, Leipzig-Berlin 1927 (ed. it. *La prospettiva come “forma simbolica” e altri scritti*, Feltrinelli, Milano 1961), p. 44.

Per una più approfondita disamina del tema, si veda anche:

- Decio Gioseffi, *Perspectiva artificialis. Per la storia della prospettiva, spigolature e appunti*, Università degli Studi di Trieste, Trieste 1957.

- Richard Tobin, *Ancient perspective and Euclid's Optics*, in “Journal of the Warburg and Courtauld Institutes”, Warburg Institute and University of London, vol. 53 (1990), pp. 14-41 e figure.

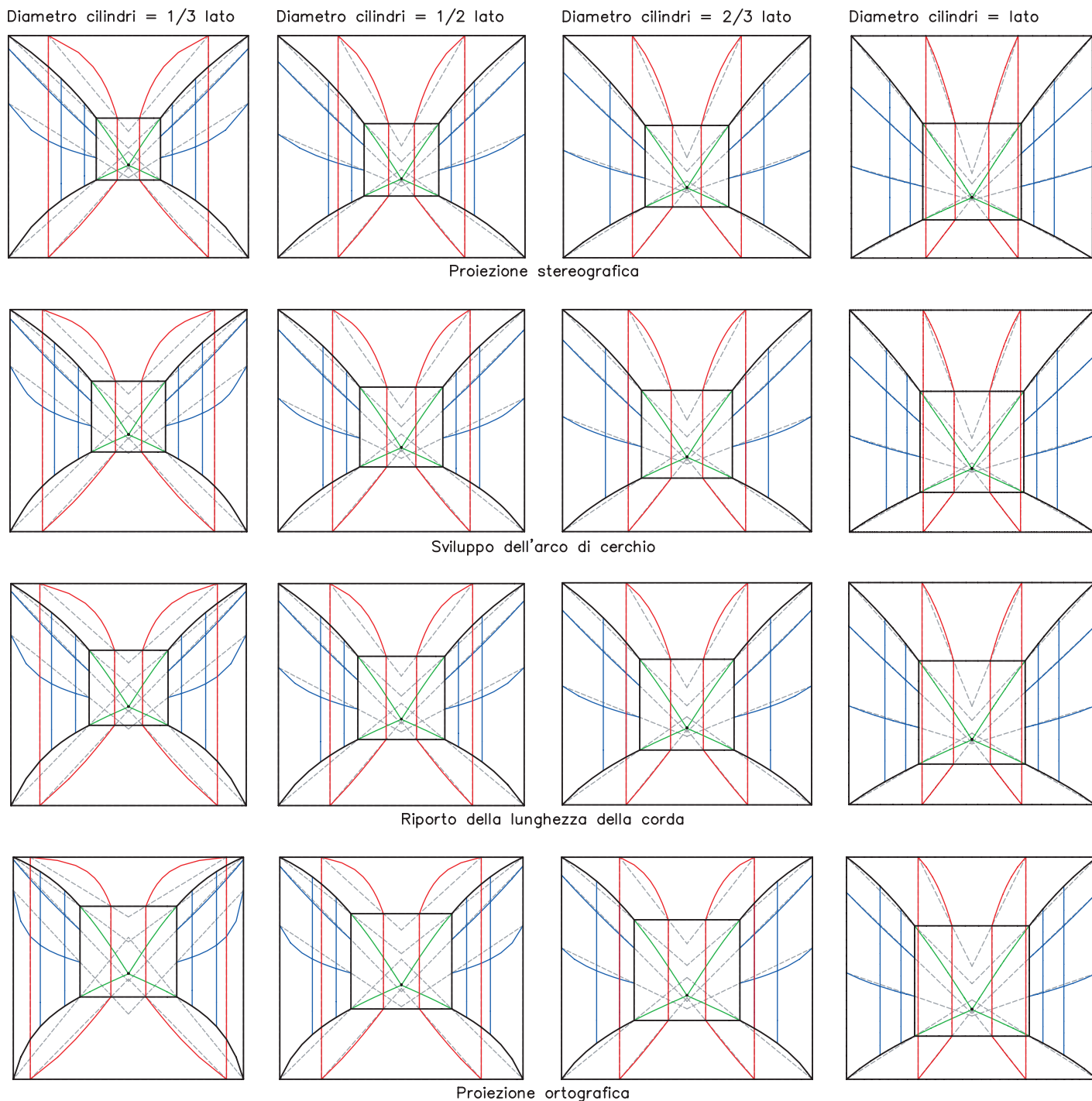
- Francesca Incardona, *Euclide. Ottica. Immagini di una teoria della visione*, Di Renzo Editore, Roma 1996.

- Vitruvio, *De Architectura*, Einaudi, Torino 1997 (a cura di Pierre Gros).

<sup>3</sup> Erwin Panofsky, *La prospettiva...*, *op. cit.*, p. 38 e seguenti.

<sup>4</sup> Decio Gioseffi, *Perspectiva artificialis...*, *op. cit.* Si veda, in particolare, la nota 59, pp. 134-5.





**Figura 20.** Prospettiva Panofsky. Tavola sinottica di confronto tra i metodi di rappresentazione e i diametri dei cilindri generatori. In ciascun grafico è rappresentato un cubo (vedi figura 6), con i suoi lati suddivisi in alcune decine di parti, in modo da poter essere deformati dalle proiezioni. I grafici mostrano anche i risultati che si otterrebbero rappresentando solo gli estremi dei segmenti.

La prima colonna (a sinistra) si riferisce a cilindri aventi diametro pari a un terzo del lato del cubo; la seconda colonna prevede cilindri con diametri pari alla metà del lato; la terza a due terzi del lato e la colonna a destra a diametri pari al lato del cubo.

La prima riga illustra, invece, rappresentazioni ottenute con il metodo stereografico; la seconda lo sviluppo degli archi di cerchio; la terza il riporto delle corde ed, infine, l'ultima riga si riferisce alla proiezione ortografica (per la comprensione e il confronto tra i metodi si veda anche la figura 5).

Nei grafici si sono mantenute costanti le altezze dei cubi rappresentati.

Da notare la forte diminuzione della curvatura dei segmenti recedenti, con l'aumentare del diametro dei cilindri generatori e, a parità di diametro, la curvatura sempre più accentuata procedendo verso il basso, con il massimo nel caso dell'ortoproiezione. Da notare, anche, i diversi rapporti tra le grandezze rappresentate delle facce frontali – quasi costanti – e di quelle più lontane dal centro di proiezione. Tali differenze aumentano con il diminuire del diametro dei cilindri: le rappresentazioni della colonna a destra, infatti, non si discostano molto da normali prospettive lineari del cubo, tranne nella convergenza degli estremi dei segmenti recedenti verso un "asse di fuga", anziché verso un unico punto. Anche in questo caso, le differenze massime si ottengono nelle proiezioni ortografiche, le minime in quelle stereografiche (si veda, ad esempio, il grafico in alto a destra, il più vicino ad una prospettiva lineare).